Այբ կրթական հիմնադրամ

Kangourou Sans Frontières

ԿԵՆԳՈՒՐՈՒ 2008

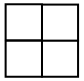
ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Խնդիրների լուծման համար տրվում է **75** րոպե	**11**-րդ դասարան

- հաշվիչ օգտագործել չի թույլատրվում.
- յուրաքանչյուր խնդրի համար տրված պատասխաններից ճիշտ է միայն մեկը.
- չլուծված խնդրի համար միավորներ չեն գումարվում և չեն հանվում.
- մրցույթի մասնակիցը կարող է վաստակել առավելագույնը 120 միավոր.
- մրցույթի ավարտին խնդիրների թերթիկը մնում է մասնակցի մոտ.
- գլխավոր պահանջը մրցույթի մասնակիցներից և կազմակերպիչներից հանձնարարությունը ինքնուրույն և ազնիվ կատարելն է:

3 միավոր գնահատվող խնդիրներ

1. Երկու անհայտ թվեր և 3 և 4 թվերը գրված են 2x2 աղյուսակի վանդակներում: Հայտնի է, որ տողերում գրված թվերի գումարը 5 և 10 է, իսկ սյուներից մեկում գրված թվերի գումարը՝ 9: Անհայտ թվերից մեծը հավասար է՝



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 3

2. Եթե $x + y = 0$ և $x \neq 0,$ ապա $\dfrac{x^{2008}}{y^{2008}}$ հավասար է՝

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2^{2008} (E) x/y

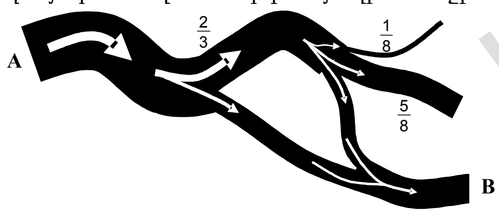
3. Մատրիցան պարունակում է 21 սյուն, որոնք համարակալված են 1, 2, … 21, և 33 տող՝ համարակալված 1, 2, … 33: Մենք ջնջեցինք այն բոլոր տողերը, որոնք չեն հանդիսանում 3-ի բազմապատիկ, և այն սյուները, որոնց համարները զույգ են: Քանի՞ վանդակ մնաց մատրիցայում:

(A) 110 (B) 121 (C) 115,5 (D) 119 (E) 242

4. Քանի՞ պարզ p թիվ գոյություն ունի, որոնց համար p^4+1 նույնպես պարզ թիվ է:

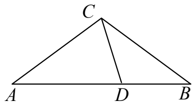
(A) ոչ մի (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) անվերջ շատ

5. Գետը սկիզբ է առնում A կետից: Ինչ-որ տեղ այն բաժանվում է երկու ճյուղի: Առաջին ճյուղով հոսում է գետի ջրի 2/3 մասը, երկրորդով՝ մնացածը: Մեկ ուրիշ տեղում առաջին ճյուղը բաժանվում է երեք մասի, որոնցից մեկով հոսում է այդ ճյուղի ջրի 1/8 մասը, երկրորդով՝ 5/8-ը, երրորդով՝ մնացածը (տե՛ս նկարը): Ամբողջ գետի ջրի ո՞ր մասն է հոսում B կետով:



(A) 1/3 (B) 5/4 (C) 2/9 (D) 1/2 (E) 1/4

6. Դիցուկ ABC-ն հավասարասրուն եռանկյուն է (CA = CB): D կետն AB կողմի վրա ընտրված է այնպես, որ AD = AC, DB = DC (տե՛ս նկարը): Գտե՛ք ACB անկյունը:

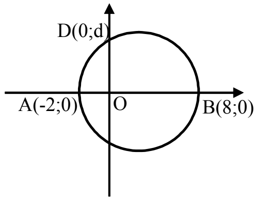


(A) 98° (B) 100° (C) 104° (D) 108° (E) 110°

7. $f(x) = |5\sin x - 3|$ ֆունկցիայի առավելագույն արժեքը $x \in R$ դեպքում հավասար է՝

(A) 2 (B) 3 (C) π (D) 5π (E) 8

8. Նկարում պատկերված շրջանագծի տրամագիծը AB-ն է, իսկ D կետը գտնվում է դրա վրա: Գտե՛ք d-ն:



(A) 3 (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) 5 (E) 6

9. Ունենք 5 տարբեր A_1, A_2, A_3, A_4 և A_5 կետեր, որոնք տեղադրված են նույն ուղիղի վրա տրված հաջորդականությամբ (ընդ որում, կետերի միջև հեռավորությունները կարող են տարբեր լինել): Մեկ այլ P կետ տեղադրված է նույն ուղիղի վրա այնպես, որ $PA_1 + PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5$ հեռավորությունների գումարը նվազագույն է: Այդ դեպքում P կետը՝

(A) համընկնում է A_1 հետ
(B) համընկնում է A_2 հետ
(C) համընկնում է A_3 հետ
(D) գտնվում է A_2 և A_4 միջև
(E) գտնվում է A_1 և A_5 միջև

10. Համլիկն ուզում է 2**8 թվի մեջ դատարկ տեղերը լրացնել այնպես, որ ստացված թիվը բաժանվի 3-ի: Քանի՞ այդպիսի հնարավորություն գոյություն ունի:

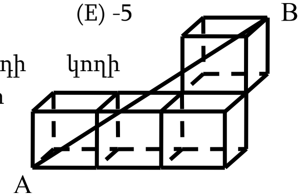
(A) 29 (B) 30 (C) 19 (D) 20 (E) 33

4 միավոր գնահատվող խնդիրներ

11. Տրված են –9 ; 0 ; –5 ; 5 ; –4 ; –1 ; –3 յոթ թվերը: Դրանցից վեցը բաժանենք երկու թիվ պարունակող խմբերի այնպես, որ յուրաքանչյուր խմբի թվերի գումարը լինի նույնը: Ո՞ր թիվը դուրս կմնա:

(A) 5 (B) 0 (C) -3 (D) -4 (E) -5

12. Նկարում պատկերված յուրաքանչյուր խորանարդի կողի երկարությունը 1 է: Ինչքա՞ն է AB հատվածի երկարությունը:



(A) $\sqrt{17}$ (B) 7 (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{7}$ (E) $\sqrt{14}$

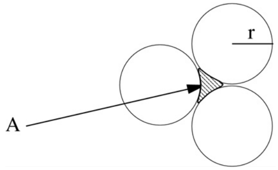
13. Մաթեմատիկական մրցույթին առաջադրված է 5 խնդիր: Խնդիրների բարդության մակարդակները տարբեր են, հետևաբար տարբեր են նաև խնդիրներին տրվող միավորները (միավորները ամբողջ թվեր են): Արմենը լուծեց բոլոր 5 խնդիրները: Երկու նվազագույն միավոր ունեցող խնդիրների համար նա վաստակեց 10 միավոր, իսկ երկու առավելագույն միավորով խնդիրների համար՝ 18 միավոր: Քանի՞ միավոր վաստակեց Արմենը բոլոր խնդիրների համար:

(A) 30 (B) 32 (C) 34 (D) 35 (E) 40

14. Անուշը նկարել է 36 կենգուրու՝ օգտագործելով երեք տարբեր գույներ: Նկարված կենգուրուներից 25-ը ունեն դեղին գույն, 28-ը՝ շագանակագույն, 20-ը՝ սև գույն: Նկարված կենգուրուներից միայն 5-ը ունեն բոլոր գույները: Քանի՞ միագույն կենգուրու է նկարել Անուշը:

(A) ոչ մի (B) 4 (C) 12 (D) 31 (E) հնարավոր չէ որոշել

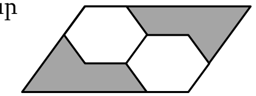
15. Երեք շրջանագիծ շոշափում են իրար (տե՛ս նկարը): Յուրաքանչյուր շրջանագծի շառավիղը r է: A-ի մակերեսը հավասար է՝



(A) $\left(\sqrt{3}-\frac{1}{2}\pi\right)r^2$ (B) $\left(\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)r^2$ (C) $\frac{1}{8}\pi r^2$

(D) $\left(\sqrt{3}-\frac{3}{2}\right)\pi r^2$ (E) $\left(\frac{1}{3}\pi-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)r^2$

16. Նկարում պատկերված երկու վեցանկյունններն իրար հավասար են: Զուգահեռագծի մակերեսի ո՞ր մասն է ներկած:



(A) 1/2 (B) 1/3 (C) 2/3 (D) 2/5 (E) 5/12

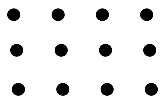
17. Կոտորակի համարիչն ու հայտարարը բացասական թվեր են, ընդ որում համարիչը մեկով մեծ է հայտարարից: Կոտորակի մասին հետևյալ պնդումներից ո՞րն է ճիշտ.

A) Կոտորակը –1-ից փոքր թիվ է:
B) Կոտորակը թիվ է, որը գտնվում է –1 և 0 միջև:
C) Կոտորակը 1-ից փոքր դրական թիվ է:
D) Կոտորակը 1-ից մեծ թիվ է:
E) Հնարավոր չէ որոշել՝ կոտորակը դրական թիվ է, թե բացասական:

18. Դիցուկ $x^2yz^3 = 7^3$ և $xy^2 = 7^9$: Այդ դեպքում **xyz** հավասար է՝

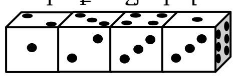
(A) 7^4 (B) 7^6 (C) 7^8 (D) 7^9 (E) 7^{10}

19. Նկարում պատկերված ցանցից ընտրենք երեք ցանկացած կետ: Ի՞նչ հավանականությամբ դրանք կլինեն մի ուղիղի վրա:



(A) 1/12 (B) 1/11 (C) 1/16 (D) 1/8 (E) 3/12

20. Չորս միատեսակ զառ դրված են իրար հետևից (տե՛ս նկարը): Յուրաքանչյուր զառ ունի 1, 2, 3, 4, 5 և 6 թվերով նիստեր, սակայն զառերը սովորական չեն: Պարտադիր չէ, որ դրանց հակադիր նիստերի թվերի գումարը հավասար լինի 7-ի: Նշված գումարներից ո՞րն է զառերի հպվող նիստերի թվերի գումարը:



(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23

5 միավոր գնահատվող խնդիրներ

21. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի կողմերը ամբողջ թվեր են (չափման միավորը՝ սանտիմետր) և կազմում են q=2 հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիա: Նշված թվերից ո՞րը կարող է լինել այդ զուգահեռանիստի ծավալը:

(A) 120 սմ³ (B) 188 սմ³ (C) 216 սմ³ (D) 350 սմ³ (E) 500 սմ³

22. Նկարում յուրաքանչյուր աստղիկին համապատասխանում է մեկ թվանշան: Արտադրյալի թվանշանների գումարը հավասար է՝

$$\begin{array}{r} \times\ * * * \\ 1 * * \\ \hline 2 2 * * \\ +\ 9 0 *\ \\ * * 2\ \ \\ \hline 5 6 * * * \end{array}$$

(A) 16 (B) 20 (C) 26 (D) 30 (E) այլ պատասխան

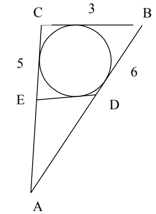
23. Գտե՛ք $x^2+y^2+z^2$ արտահայտության արժեքը, եթե $x+y+z=1$ և $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$:

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) հնարավոր չէ որոշել

24. Հաջորդականության առաջին անդամը $a_1 = 0$ է: $n \geq 1$ դեպքում $a_{n+1} = a_n + (-1)^n \cdot n$: Եթե $a_k = 2008$, ապա k-ի արժեքը հավասար է՝

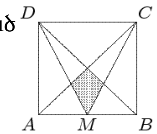
(A) 2008 (B) 2009 (C) 4017 (D) 4018 (E) այլ պատասխան

25. Շրջանագիծը ներգծված է ABC եռանկյան մեջ (տե՛ս նկարը), որի համար |AC| = 5, |AB| = 6, |BC| = 3: ED հատվածը շոշափում է շրջանագիծը: ADE եռանկյան պարագիծը հավասար է՝



(A) 7 (B) 4 (C) 9 (D) 6 (E) 8

26. ABCD քառակուսու կողմը 1 է, իսկ M-ը AB-ի միջնակետն է: Ներկած մասի մակերեսը հավասար է՝

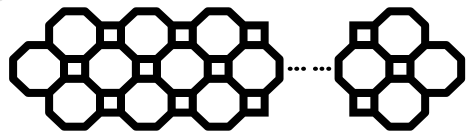


(A) 1/24 (B) 1/16 (C) 1/8 (D) 1/12 (E) 2/13

27 Քանի՞ 2008-նիշանի թիվ կա, որոնց համար յուրաքանչյուր երկու հաջորդական թվանշաններից կազմված երկնիշ թիվը բաժանվում է 17-ի կամ 23-ի:

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9 (E) 10-ից ավել

28. Նկարում պատկերված գեղեցիկ ցանցը պատրաստված է մետաղյա ձողերից: Հայտնի է, որ ութանկյունների քանակը 61 է: Քանի՞ ձող է օգտագործվել:



(A) 488 (B) 400 (C) 328 (D) 244 (E) 446

29. 3^{32}–1 թիվն ունի ճիշտ երկու բաժանարար, որոնք մեծ են 75-ից և փոքր են 85-ից: Ինչքա՞ն է այդ բաժանարարների արտադրյալը:

(A) 5852 (B) 6560 (C) 6804 (D) 6888 (E) 6972

30. Եթե $\sin x + \cos x = m$, ապա $\sin^4 x + \cos^4 x$ հավասար է՝

(A) $1-\frac{\left(1-m^2\right)^2}{2}$ (B) $1+\frac{\left(1-m^2\right)^2}{2}$ (C) $\frac{1-\left(1-m^2\right)^2}{2}$ (D) m^4 (E) m^4+1